

Vektorgeometrie ganz einfach

Ein Kurs aus dem Jahr 2011 ff.

Trainingshefte mit gründlichen und anschaulichen Erklärungen,
vielen Beispielen und Trainingsaufgaben.

Hier finden Sie die Inhaltsverzeichnisse aller dazu gehörenden Texte,
damit Sie wissen, wo Sie suchen müssen!

Stand 2. Dezember 2020

Datei Nr. 63001

Friedrich Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Auf diesen Seiten finden Sie die Übersicht über die Inhalte dieser Textreihe

Hier zunächst die Verteilung der großen Themen auf die einzelnen Texte

Text 63005	Heft 1a	Lineare Algebra und Pfeilvektoren
Text 63006	Heft 1b	Ortsvektoren, Koordinaten, Lage von Punkten, Parallelogramm, Spat und Dreieck
Text 63100	Heft 2	Das Wichtigste über Geraden
Text 63200	Heft 3	Das Wichtigste über Ebenen
Text 63300	Heft 4	Lage und Schnitte von Geraden und Ebenen
Text 64100	Heft 5	Berechnung von einfachen Abständen und Winkeln
Text 64110	Heft 6	Berechnung von Abständen zu Ebenen, Lot und HNF
Text 64111	Heft 7	Berechnung von Abständen zu Geraden

Es folgen die ausführlichen Inhaltsverzeichnisse

Text 63005 Heft 1a**PFEILKLASSEN-VEKTOREN**

1. Der Trick mit den Pfeilklassen	3
1.1 Das schlimme Wort „Vektor“ (Lesestoff zur Einführung)	3
1.2 Zahlenpaare und Tripel sind Vektoren	3
1.3 Pfeilklassen sind auch Vektoren, Pfeile aber nicht	4
1.4 Pfeile deuten Verschiebungen an	4
2. Addition von Pfeilklassenvektoren	5
2.1 Beispiel 1: Überlagerung von Kräfte am Fadenpendel	
Beispiel 2: Überlagerung von Geschwindigkeiten	
2.2 Addition von Vektoren durch Verschiebungen	6
3 S-Multiplikation (Vielfache von Vektoren)	7
4 Linearkombinationen von Vektoren	8
5 Subtraktion von Pfeilklassenvektoren	9
6 Konstruktionsübungen zu Summen und Differenzen	10
7 Zwei Distributivgesetze	12
8 Konstruktionsübungen zu Linearkombinationen	13
9 Parallelogramme sind ideal für die Vektorrechnung	16
10 Lineare Abhängigkeit von Pfeilklassenvektoren	17

Text 63006 Heft 1b

LAGE VON PUNKTEN

1. Fixierung von Punkten durch Pfeilvektoren im Achsenkreuz	3
1.1 Ortsvektoren von Punkten	3
1.2 Punktberechnungen mit Ortvektoren	5
Verschiebung von Punkten, Parallelogramm erzeugen	5
1.3 Berechnung von Vektoren aus Punkten: $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$	6
Aufgaben (A1, A2)	
2. Anwendung auf Parallelogramme (Grundaufgaben)	9
1. GA Ist ein gegebenes Viereck ein Parallelogramm?	9
2. GA Einen fehlenden Parallelogrammpunkt berechnen	10
3. GA Berechnungen an einem Spat	10
Kleine Sammlung von weiteren Übungsaufgaben (A 6 bis A 13)	12
3. Teilpunkte einer Strecke	
3.1 Berechnung des Mittelpunkts einer Strecke	14
3.2 Berechnung von beliebigen Teilpunkten einer Strecke (A14)	15
3.3 In welchem Verhältnis teilt ein Punkt eine Strecke? (A15)	18
5. Dreiecksuntersuchungen	
Gegeben sind drei Punkte. Liegt ein Dreieck vor? (A16, A17, A18)	19
6. Lösungen der Aufgaben 6 bis 18	21 - 32

Text 63100 Heft 2

1	Vektorielle Geradengleichung	4
1.1	Wie kann man Punkte berechnen, die auf einer Geraden liegen?	4
	Grundaufgabe 1: Eine Geradengleichung aufstellen	7
	Grundaufgabe 2: Eine Geradengleichung aus zwei Punkten aufstellen	7
1.2	Das vektorielle Zugmodell für die Geradengleichung	8
1.3	Grundaufgabe 3: Liegt ein Punkt auf einer Geraden?	10
	Lösung mit der Punktprobenmethode	10
	Lösung mit der <u>Vektorvergleichsmethode</u>	10
1.4	Trainingsaufgaben 1 bis 4	12
2	Lage zweier Geraden	13
2.1	Parallele Geraden	13
	Grundaufgabe 4: Sind g und h parallel oder sogar identisch?	13
	Grundaufgabe 5: Gleichung einer Parallelen zu g durch B	14
	Grundaufgabe 6: Für welchen Wert von t sind g und h_t parallel?	14
2.2	Grundaufgabe 7: Liegen g und h in einer Ebene oder sind sie windschief?	15
	Determinantenmethode oder Linearkombination?	15/16
2.3	Viele Beispiele: Untersuche die Lage der Geraden g und h	17
	Methodenübersicht	20
2.4	Trainingsaufgaben 5 bis 8 zur Lage zweier Geraden	21
3	Grundaufgabe 8: Spezielle Lagen von Geraden im Raum?	22
3.1	Ursprungsgerade	22
3.2	Geraden in einer Koordinatenebene	22
3.3	Gerade parallel zu einer Koordinatenebene	23
3.4	Gerade parallel zu einer Koordinatenachse	24
	Trainingsaufgabe 9	24
4	Grundaufgabe 9: Spurpunkte von Geraden	25
	Trainingsaufgabe 10	26
5	Geraden im \mathbb{R}^2	27
	Umrechnungen: Lineare Gleichung . Vektorgleichung	27
	Grundaufgabe 10: Berechne eine lineare Geradengleichung	27
	Grundaufgabe 11: Berechne eine Parametergleichung	28
	Trainingsaufgabe 11	28
Lösungen der Trainingsaufgaben 1 bis 11		30 - 51

Text 63200 Heft 3

DAS WICHTIGSTE ÜBER EBENEN

1	Vektorielle Ebengleichung: Punkt-Richtungsgleichung (Parametergleichung)	4
1.1	Was ist eine vektorielle Geradengleichung wirklich?	4
1.2	Ebenengleichung aufstellen und einen Punkt der Ebene berechnen.	6
	GA1: Gegeben ein Punkt und zwei Richtungsvektoren: Stelle eine Ebenengleichung auf und berechne Punkte.	6
	GA 2: Gegeben drei Punkte. Gesucht ist eine Ebenengleichung.	7
	GA 3: Überprüfe, ob A, B und C eindeutig eine Ebene festlegen.	9
	GA 4: Für welches t definieren A, B und C_t eindeutig eine Ebene?	10
1.3	Liegt ein Punkt in einer Ebene?	11
	GA 5: Lösung mit der Punktprobenmethode Lösung mit der Untersuchung der linearen (Un-)Abhängigkeit	11
	1. Methode: Mit Linearkombinationen 2. Methode: Mit Determinanten	12
1.4	In welcher Ebene liegen zwei Geraden?	15
	GA 6: Zeige, dass g und h in einer Ebene liegen. Gleichung?	15
1.5	Trainingsaufgaben	17
2	Lineare Ebenengleichung = Koordinatengleichung	18
2.1	Erklärung: Warum es zweierlei Gleichungen gibt.	18
2.2	Berechnung der Punkt-Richtungsgleichung aus der Koordinatengleichung	20
	GA 7: Stelle eine Punkt-Richtungsgleichung auf.	20
2.3	Berechnung der Koordinatengleichung aus der Punkt-Richtungsgleichung	20
	GA 8: Berechne eine Koordinatengleichung. 1. Methode: Elimination der Parameter 2. Methode: Berechnung der Koeffizienten mittels Skalarprodukt	20
	Grundwissen dazu: Normalenvektor und Skalarprodukt	21
	3. Methode: Berechnung der Koeffizienten mittels Vektorprodukt	23
	Grundwissen dazu: Normalenvektor und Vektorprodukt	
	Methodenübersicht	24

2.4	Musterbeispiele zur Eliminationsmethode	25
2.5	Musterbeispiele zur Methode mit dem Skalarprodukt	26
2.6	Musterbeispiele zur Methode mit dem Vektorprodukt	28
3	Die Lage einer Ebene ermitteln	29
3.1	Wo schneidet eine Ebene die Koordinatenachsen	29
	Grundwissen: Achsenabschnittsgleichung	29
	GA 9: Berechne die Achsenabschnittspunkte von E	30
	1. Beispiele mit der Punkt-Richtungs-Gleichung	30
	2. Beispiele mit der Koordinatengleichung	33
3.2	Ebenengleichung aus einem Schrägbild erstellen	34
	GA 10: Stelle eine Koordinatengleichung von E auf	34
	13 Beispiele mit Ebenen-Darstellungen	34
3.3	Spurgeraden von Ebenen = Schnittpunkte mit den Koordinatenebenen	39
	GA 11: Stelle die Gleichungen der Spurgeraden auf	39
	Gegeben eine Koordinatengleichung: (2 Methoden)	39
	Gegeben eine Parametergleichung	41
3.4	Aufgabenblatt	42
4	Lösungen aller Aufgaben	43 - 57

Text 63300 Heft 4

LAGE UND SCHNITTE VON GERADEN UND EBENEN

1	Hintergründe und Übersicht der Situationen	4
2	Schnitt zweier Geraden	6
	GA 1: Berechne den Schnittpunkt zweier Geraden	6
	Übersicht über die verschiedenen Vorgehensweisen	8
3	Schnitt einer Geraden mit einer Ebene	9
	Es gibt 3 Fälle (vektorielle Untersuchung mit Determinanten)	9
	GA 2: Berechne den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene in Parameterform (3 Beispiele)	10
	Zusammenfassung	13
	GA 3: Berechne den Schnittpunkt einer Geraden mit einer Ebene mit Koordinatengleichung (Normalengleichung)	14
	Trainingsaufgaben	17
4	Lotaufgaben	16
	GA 4: Stelle die Gleichung der Lotgeraden von P auf E auf und berechne den Lotfußpunkt. Zusatzaufgabe: Berechne damit den Abstand des Punktes P von E	16
	Zwischenübung: Umrechnung einer Parametergleichung in eine Koordinatengleichung (Normalengleichung)	
	mit dem Skalarprodukt	17
	mit dem Vektorprodukt	18
	Trainingsaufgaben aus dem Text 63031	19
5	Gegenseitige Lage von Ebenen GA 5	20
6	Schnitte von Ebenen	24
	GA 6: Bestimme die Schnittgerade zweier Ebenen	24
	1. Fall: Beide Ebenengleichungen in Koordinatenform	24
	2. Fall: Koordinatenform und Parameterform	26
	3. Fall: Beide Ebenengleichungen in Parameterform mit CAS-Anleitung.	27
	Lösungen der Trainingsaufgaben	32 - 44

Text 64100 Heft 5

BERECHNUNG VON EINFACHEN ABSTÄNDEN UND WINKELN

1	Kann man Vektoren miteinander multiplizieren?	4
	Vektorprodukt	4
	Skalarprodukt	5
2	Wieso kann man mit dem Skalarprodukt Längen berechnen?	6
2.1	Berechnung der Diagonalen eines Rechtecks, Betrag eines Vektors	6
2.2	Berechnung der Raumdiagonalen eines Quaders, Betrag eines Vektors	7
2.3	Berechnungen: Betrag eines Vektors - Länge einer Strecke Grundaufgabe 1: Berechne den Betrag eines Vektors Grundaufgabe 2: Berechnung von Streckenlängen Diverse Musteraufgaben	8 8 9
	Trainingsaufgaben	10
3	Winkelberechnung	11
3.1	Anwendung des Kosinussatzes auf ein Vektordreieck. Herleitung der Kosinusformel für die Winkelberechnung (Theorieseite)	11
3.2	Übersicht über Winkelaufgaben	12
3.3	Winkelberechnung mit der Kosinusformel 3.3.1 Grundaufgabe 3: Winkel zwischen zwei Vektoren	13 13
	Tipps: Berechnungen mit ClassPad (CAS)	14
	Tipps: Berechnungen mit TI Nspire (CAS)	15
	Winkelberechnung mit CAS-internen Funktionen	16
3.3.2	Grundaufgabe 4: Winkel im Dreieck	17
3.3.3	Grundaufgabe 5: Schnittwinkel zweier Geraden	19
3.3.4	Grundaufgabe 6: Winkel zwischen zwei Ebenen	20
3.3.5	Grundaufgabe 7: Winkel zwischen g und E	21
	Trainingsaufgaben	22
	Musterlösungen für die Trainingsaufgaben	23
	Fortsetzung im Text 64110	

Text 64110 Heft 6

BERECHNUNG VON ABSTÄNDEN ZU EBENEN MIT LOTGERADE ODER HNF EINSATZ DES EINHEITS-NORMALENVEKTORS

1.	Abstand eines Punktes von einer Ebene: Mit der Lotgeraden rechnen	4
2	Wiederholung – Grundwissen: Die Normalengleichung (= Koordinatengleichung) einer Ebene	7
3	Die Hesseschen Normalform <i>Vorübung: Wie bringt man einen Vektor auf den Betrag 1 (Einheitsvektor)?</i>	10
4	Den Abstand Punkt / Ebene mit der HNF berechnen	12
5	Berechnung eines Lotfußpunktes ohne Lotgerade Eine Methode mit dem Einheits-Normalenvektor <i>Große hinführende Aufgabe für eine Unterrichtsstunde</i>	15
6	Vier Seiten Theorie zur Abstandsberechnung mit der HNF	20
7	Spiegelung eines Punktes an einer Ebene	24
8	Abstand einer Geraden von einer parallelen Ebene	28
9	Abstand paralleler Ebenen	30
10	Geradenpunkte mit bestimmtem Abstand von einer Ebene suchen	31
11	Gesucht sind parallele Ebenen in einem bestimmten Abstand	32
	Lösungen der Trainingsaufgaben	33 – 43

Text 64111 Heft 7**BERECHNUNG VON ABSTÄNDEN ZU GERADEN**

1	Abstand eines Punktes von einer Geraden	3
1.1	1. Methode: Verwendung einer Lotebene	3
1.2	2. Methode: Die operative Methode	4
1.3	3. Methode: Berechnung mit dem doppelten Kreuzprodukt	5
	Abstand Punkt-Gerade im zweidimensionalen Fall	6
2	Abstand paralleler Geraden	8
3	Kürzester Abstand windschiefer Geraden	10
3.1	1. Methode: Verwendung paralleler Ebenen	10
3.2	2. Methode: Operative Methode	12
3.3	3. Methode: Verwendung einer geschlossenen Vektorkette	14
	Lösungen der Trainingsaufgaben	16 bis 25